2024年度入学者選抜試験　　　2024年2月4日実施

●学力試験　数学●

1 《正解》

(1) $\mathbf{5}$　(2) $\mathbf{\frac{1}{3}}$　(3) $\mathbf{4\sqrt{3}}$　(4) $\boldsymbol{y=x^2-4x+5}$

(5) $\mathbf{(2,\ -1)}$　(6) $\boldsymbol{x^2-4x+5=0}$　(7) $\mathbf{6}$　(8) $\mathbf{\frac{7}{2}}$

《解き方》

(1) (与式) $=\dfrac{\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)}=\mathbf{5}$

(2) $x-2\geqq 0$ と仮定して $x-2=5x$ を解くと $x=-\dfrac{1}{2}$ となり，これは仮定をみたさない。

また $x-2<0$ と仮定して $-(x-2)=5x$ を解くと $x=\dfrac{1}{3}$ となり，これは仮定をみたす。

したがって解は $x=\mathbf{\dfrac{1}{3}}$

(3) 正弦定理より $\dfrac{\mathrm{BC}}{\sin 120^\circ}=2\cdot 4$ となるので，$\mathrm{BC}=\mathbf{4\sqrt{3}}$

(4) 平行移動して得られる放物線は $y=(x-1)^2-2(x-1)+2$ なので，これを展開して

$\boldsymbol{y=x^2-4x+5}$

(5) 平方完成により $(x-2)^2+(y+1)^2=9$ となるので，中心の座標は $(x,\ y)=\mathbf{(2,\ -1)}$

(6) 解と係数の関係より，$a=-\{(2+i)+(2-i)\}=-4$，$b=(2+i)(2-i)=5$ となる。したがって

求める方程式は $\boldsymbol{x^2-4x+5=0}$

(7) 底の変換公式より，(与式) $=2\log_2 3\times\dfrac{\log_2 8}{\log_2 3}=2\times 3=\mathbf{6}$

(8) $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とおくと，$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\angle\mathrm{AOB}=\vec{a}\cdot\vec{b}=1$ なので，求める面積は

$\dfrac{1}{2}|\vec{a}||\vec{b}|\sin\angle\mathrm{AOB}=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\vec{a}|^2|\vec{b}|^2\left(1-\cos^2\angle\mathrm{AOB}\right)}=\dfrac{1}{2}\sqrt{5\cdot 10-1}=\mathbf{\dfrac{7}{2}}$

2 《解答例》

(1) $t=2^x$ とおくと $y=2t-t^2=-(t-1)^2+1$ となる。$t>0$ の範囲で y の最大値は 1 で，

そのときの t の値は 1 である。したがって y の最大値は $\mathbf{1}$ でそのときの x の値は $\boldsymbol{x=0}$

(2) 加法定理より左辺は $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x-\dfrac{1}{2}\sin x$ となるので，等式を整理すると $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos x=\dfrac{1}{2}\sin x$

となる。したがって $\tan x=\dfrac{\sin x}{\cos x}=\mathbf{-\sqrt{3}}$

(3) $\overline{A}=\{x|x\geqq -1\}$ なので，$\overline{A}\cap B=\boldsymbol{\{x|-1\leqq x\leqq 2\}}$

2024 年度入学者選抜試験 2024 年 2 月 4 日実施

3 《解答例》

(1) 下から 50 番目と 51 番目の点数はいずれも 6 点であるので，点数の中央値はこれらの平均として **6**

(2) 点数の平均値は $\overline{x}=\dfrac{1}{100}(4\cdot 9+5\cdot 23+\cdots+8\cdot 10)=\mathbf{6}$

(3) 点数の分散は $s_x^2=\dfrac{1}{100}\{(4-6)^2\cdot 9+(5-6)^2\cdot 23+\cdots+(8-6)^2\cdot 10\}=\mathbf{1.2}$

4 《解答例》

(1) $\triangle \mathrm{AGE}:\triangle \mathrm{DGE}=\mathrm{AH}:\mathrm{HD}=2:1$ より，面積は **2 倍**

(2) $\triangle \mathrm{AED}$ において，チェバの定理より $\dfrac{\mathrm{AB}}{\mathrm{BE}}\cdot\dfrac{\mathrm{EC}}{\mathrm{CD}}\cdot\dfrac{\mathrm{DH}}{\mathrm{HA}}=1$ で，左辺は条件より $\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{\mathrm{EC}}{\mathrm{CD}}\cdot\dfrac{1}{2}$ となる。

したがって $\dfrac{\mathrm{EC}}{\mathrm{CD}}=3$，すなわち $\mathrm{EC}:\mathrm{CD}=\mathbf{3:1}$

(3) $\triangle \mathrm{AED}$ において，メネラウスの定理より $\dfrac{\mathrm{EB}}{\mathrm{BA}}\cdot\dfrac{\mathrm{AF}}{\mathrm{FD}}\cdot\dfrac{\mathrm{DC}}{\mathrm{CA}}=1$ で，条件と(2)より左辺は $\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\mathrm{AF}}{\mathrm{FD}}\cdot\dfrac{1}{3}$

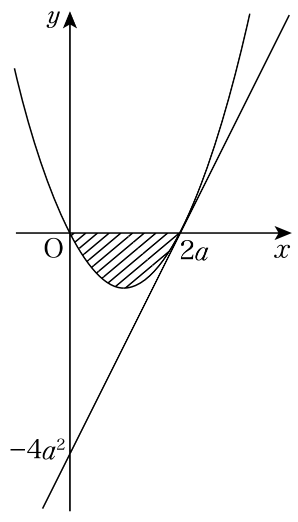
となる。したがって $\dfrac{\mathrm{AF}}{\mathrm{FD}}=2$，すなわち $\mathrm{FD}:\mathrm{FA}=\mathbf{1:2}$

5 《解答例》

(1) $f(x)=x^2-2ax$ とおくと，$f'(x)=2x-2a$ より $f'(2a)=2a$ なる。よって，放物線 $y=f(x)$ 上の点（$2a$，0）における接線の方程式は $y=2a(x-2a)+0=\mathbf{2ax-4a^2}$

(2) 放物線と x 軸の交点の x 座標は，方程式 $x^2-2ax=0$ を解いて $x=0$，$2a$ となる。求める面積は

$$S_1=\int_0^{2a}\{-(x^2-2ax)\}\,dx$$
$$=\left[-\frac{1}{3}x^3+ax^2\right]_0^{2a}=\boldsymbol{\frac{4}{3}a^3}$$



(3) 三角形の面積は $S_2=\dfrac{1}{2}\cdot 2a\cdot(4a^2)=4a^3$ である。

よって，$S_1:S_2=\dfrac{4}{3}a^3:4a^3=\mathbf{1:3}$