2024 年度入学者選抜試験　　　　2024 年 2 月 5 日実施

●学力試験　数学●

1 《正解》

(1) **98.5**　(2) $\boldsymbol{-1 \leqq x \leqq 1}$　(3) $\boldsymbol{5-2\sqrt{6}}$　(4) $\boldsymbol{\frac{15}{2}\sqrt{2}}$

(5) $\boldsymbol{x=1,\ -1\pm i}$　(6) $\boldsymbol{\frac{3x+1}{2x+1}}$　(7) **2**　(8) **70**

《解き方》

(1) 中央値は 100 で下位のデータは 98，99 なので，第 1 四分位数は $\frac{98+99}{2}=\boldsymbol{98.5}$

(2) 第 1 の不等式 $0 \leqq \frac{x+1}{2}$ より $-1 \leqq x$ で，第 2 の不等式 $\frac{x+1}{2} \leqq \frac{x+2}{3}$ より $x \leqq 1$ である。

したがって $\boldsymbol{-1 \leqq x \leqq 1}$

(3) 有理化により，(与式) $=\frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{3-2}=\boldsymbol{5-2\sqrt{6}}$

(4) $\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 6\sin 45^\circ=\boldsymbol{\frac{15}{2}\sqrt{2}}$

(5) $P(x)=x^3+x^2-2$ とおくと $P(1)=0$ より $P(x)$ は $x-1$ で割り切れるので，因数分解すると $P(x)=(x-1)(x^2+2x+2)$ となる。$x^2+2x+2=0$ の解は $x=-1\pm i$ なので，3 次方程式の解は $\boldsymbol{x=1,\ -1\pm i}$

(6) (与式) $=1+\frac{x}{2x+1}=\boldsymbol{\frac{3x+1}{2x+1}}$

(7) (与式) $=(2^4)^{\frac{1}{5}}\times(2^2)^{\frac{1}{10}}=2^{\frac{4}{5}+\frac{2}{10}}=\boldsymbol{2}$

(8) (与式) $=\sum_{k=1}^{5}k^2+\sum_{k=1}^{5}k=\frac{1}{6}\cdot 5\cdot(5+1)\cdot(2\cdot 5+1)+\frac{1}{2}\cdot 5\cdot(5+1)=\boldsymbol{70}$

2 《解答例》

(1) 平方完成によって $y=2(x-3)^2-3$ となるので，$x=3$ のとき最小値 $y=-3$，$x=0$ のとき最大値 $y=15$ をとる。よって $\boldsymbol{-3 \leqq y \leqq 15}$

(2) $x=\log_2 5$，$y=\log_{25}64=\frac{\log_2 64}{\log_2 25}=\frac{6}{2\log_2 5}$ より，$xy=\boldsymbol{3}$

(3) 2 進数の積を計算して $\boldsymbol{10010110_{(2)}}$

2024年度入学者選抜試験　　2024年2月5日実施

3 《解答例》

(1) 原点に戻るのは進み方が（正－負）と（負－正）の場合であり，これらの確率はいずれも

$\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$ である。したがって求める確率は $\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\boldsymbol{\frac{4}{9}}$

(2) 1 回目に出た目が 1 または 2 でかつ 2 回目に原点に戻る確率は $\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$ である。したがって

(1)の結果と条件付き確率より $\left(\frac{2}{9}\right)/\left(\frac{4}{9}\right)=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

(3) $2n$ 回のうち n 回は 1 または 2，もう n 回は 3 以上の目が出る場合であるから，求める確率は

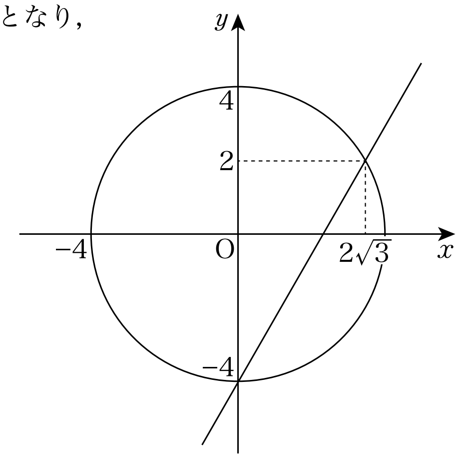
$${}_{2n}\mathrm{C}_n\left(\frac{1}{3}\right)^n\left(\frac{2}{3}\right)^n=\boldsymbol{\frac{(2n)!\,2^n}{(n!)^2\,3^{2n}}}$$

4 《解答例》

(1) 直線の方程式を円の方程式に代入すると $x^2+\left(\sqrt{3}\,x-4\right)^2=16$ となり，

これを解くと $x=0,\ 2\sqrt{3}$ となる。したがって交点の座標は

$(x,\ y)=\boldsymbol{(0,\ -4)},\ \boldsymbol{\left(2\sqrt{3},\ 2\right)}$



(2) 右図の通り。

(3) 直線の傾きが $\sqrt{3}$ であるので，直線の下側にある図形は

中心角 120°のおうぎ形から二等辺三角形をのぞいた部分

である。したがって求める面積は

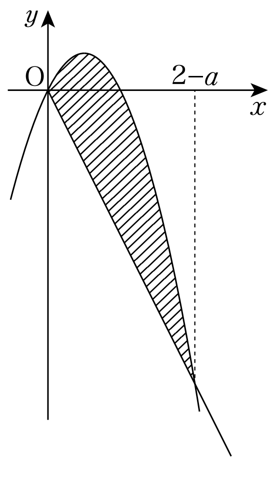
$$\frac{120}{360}\cdot 4^2\pi-\frac{1}{2}\cdot 4^2\sin 120^\circ=\boldsymbol{\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}}$$

5 《解答例》

(1) $f(x)=-x^2+2x$ とおくと，$f'(x)=-2x+2$ より $f'(2)=-2$ となる。

よって，放物線 $y=f(x)$ 上の点（2，0）における接線の方程式は

$$y=-2(x-2)+0=\boldsymbol{-2x+4}$$



(2) 放物線と x 軸との交点の x 座標は，方程式 $-x^2+2x=0$ を解いて

$x=0,\ 2$ となる。よって求める面積は

$$\int_0^2(-x^2+2x)\,dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+x^2\right]_0^2=\boldsymbol{\frac{4}{3}}$$

(3) 放物線と直線 $y=ax$ との交点の x 座標は，方程式 $-x^2+2x=ax$ を

解いて $x=0,\ 2-a$ となる。この放物線と直線で囲まれた部分の面積は

$$\int_0^{2-a}\{(-x^2+2x)-ax\}\,dx=\left[-\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}(2-a)x^2\right]_0^{2-a}=\frac{1}{6}(2-a)^3$$

これが領域 D の面積の 8 倍になるとき，$\frac{1}{6}(2-a)^3=8\cdot\frac{4}{3}$ となる。これを解いて $\boldsymbol{a=-2}$