2024年度入学者選抜試験　　　　2024年3月2日実施

●学力試験　数学●

1 《正解》

(1) $\boldsymbol{x^4+4x^3+4x^2-9}$　(2) $\mathbf{4}$　(3) $\pm\mathbf{2\sqrt{2}}$　(4) $-\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$

(5) $\dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{15}}$　(6) $\mathbf{117}$　(7) $\mathbf{-8}$　(8) $-\dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{5}}$

《解き方》

(1) (与式)$=(x^2+2x-3)(x^2+2x+3)=(x^2+2x)^2-3^2=\boldsymbol{x^4+4x^3+4x^2-9}$

(2) 有理化によって，(与式)$=\dfrac{3(\sqrt{7}+2)}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)}=\sqrt{7}+2$ となる。$2<\sqrt{7}<3$ より $\sqrt{7}$ の整数部分は 2 であるので，与式の整数部分は $2+2=\mathbf{4}$

(3) 2 次方程式 $x^2+2px+8=0$ の判別式は $D=4p^2-32$ であり，x 軸と接するとき $D=0$ となるので，$p=\pm\sqrt{8}=\pm\mathbf{2\sqrt{2}}$

(4) 余弦定理より $\cos\angle\mathrm{B}=\dfrac{2^2+3^2-4^2}{2\cdot2\cdot3}=-\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$

(5) $\left(1-\dfrac{1}{5}\right)\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{15}}$

(6) 平均値の性質より，$\overline{y}=\overline{5x-3}=5\overline{x}-3=5\cdot24-3=\mathbf{117}$

(7) (第 1 式)＋(第 2 式)$=-ac+bc=-c(a-b)=5+3=8$ となるので，$c(a-b)=\mathbf{-8}$

(8) (与式)$=\dfrac{(1-3i)^2+(1+3i)^2}{(1+3i)(1-3i)}=\dfrac{-16}{10}=-\dfrac{\mathbf{8}}{\mathbf{5}}$

2 《解答例》

(1) 半角の公式より $\sin^2\dfrac{\pi}{8}=\dfrac{1-\cos\dfrac{\pi}{4}}{2}=\dfrac{2-\sqrt{2}}{4}$ となる。$\sin\dfrac{\pi}{8}>0$ に注意して，

$$\sin\frac{\pi}{8}=\sqrt{\frac{2-\sqrt{2}}{4}}=\frac{\mathbf{\sqrt{2-\sqrt{2}}}}{\mathbf{2}}$$

(2) 第 1 式の対数をとると $\log_a x+2\log_a y-3\log_a z=0$ となる。したがって

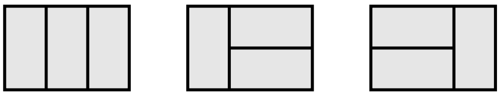
$$\log_a z=\frac{1}{3}(\log_a x+2\log_a y)=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}+2\cdot2\right)=\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$$

(3) 2240 の素因数分解は $2240=2^6\cdot5\cdot7$ であるので，約数の数は $(6+1)(1+1)(1+1)=\mathbf{28}$ **個**

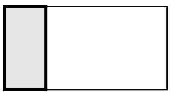
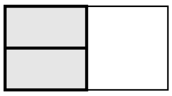
2024年度入学者選抜試験　　　　2024年3月2日実施

3 《解答例》

(1) 下図の３通り。



(2) 左端の並べ方は

(A) 　　(B) 

のどちらかである。(A)の場合は，残りの縦 2m，横 3m に敷き詰めることになるので，(1)より３通りである。(B)の場合は，残りの縦 2m，横 2m に敷き詰めることになるので２通りである。したがって敷き詰め方は全部で ３＋２＝**５通り**

(3) 壁の大きさが縦 2m，横 nm のときのすべての敷き詰め方を $T(n)$ 通りとする。(2)と同様に考えると，漸化式 $T(n)=T(n-1)+T(n-2)$ が成り立つことがわかる。明らかに $T(1)=1$，$T(2)=2$ であるため，漸化式から順次計算して $T(8)=$ **34 通り**

4 《解答例》

(1) 求める直線の式は $y=\dfrac{0-3}{2-0}\cdot(x-2)+0$，すなわち $\boldsymbol{y=-\dfrac{3}{2}x+3}$

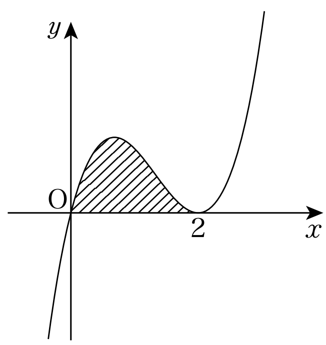
(2) 求める距離を d とおく。△ABC の面積は $\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 3=3$ で，$\mathrm{BC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$ である。

したがって $3=\dfrac{1}{2}\sqrt{13}\,d$ より $d=\boldsymbol{\dfrac{6}{\sqrt{13}}}$

(3) $t=x+y$ とおくと，これは傾き -1，切片 t の直線の方程式である。切片が最大となるのは点 $(x,\ y)=(2,\ 3)$ を通るときであるので，t の最大値は $t=2+3=\boldsymbol{5}$

5 《解答例》

(1) $f(x)=x^3-4x^2+4x$ とおくと，$f'(x)=3x^2-8x+4$ より $f'(1)=-1$ となる。よって，放物線 $y=f(x)$ 上の点 $(1,\ 1)$ における接線の方程式は $y=-1\cdot(x-1)+1=\boldsymbol{-x+2}$



(2) 因数分解により $f(x)=x(x-2)^2$ となるので，$f(x)$ のグラフは $x=0$ で x 軸と交わり，$x=2$ で x 軸に接する曲線となる。
D の概形は右図の斜線部分となる。

(3) (2)より，求める面積は

$$\int_0^2 (x^3-4x^2+4x)\,dx=\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{4}{3}x^3+2x^2\right]_0^2=\boldsymbol{\frac{4}{3}}$$